

## Esame 1998

Un riduttore, costituito da un rotismo ordinario, è asservito, tramite una prima trasmissione con catena, ad un motore elettrico che eroga la potenza di 30 kW. Il suo albero d'ingresso ruota alla velocità di 250 giri/min mentre quello d'uscita compie 15 giri/min.

Il rotismo è dotato di due rinvii con assi complanari e ha ruote a denti diritti con profilo ad evolvente aventi le seguenti caratteristiche: prima coppia: modulo 5, larghezza 60 mm, denti della motrice 16, denti della condotta 70, materiale C 10 UNI 5331; seconda coppia: modulo 6,5, larghezza 70 mm, denti motrice 16, denti della condotta 61, materiale C 16 UNI 5331.

Il candidato, dopo aver fissato con motivati criteri i dati eventualmente mancanti, sviluppi i calcoli necessari e disegni il complessivo del rotismo in sezione. Tale disegno dovrà comprendere anche la rappresentazione degli alberi che devono lavorare con grado di sicurezza non inferiore a 7 e dei relativi collegamenti unificati con le ruote.

Rediga infine il disegno di fabbricazione della prima ruota del treno proporzionato, corredandola di quote, tolleranze, rugosità e compili il ciclo di lavorazione e gli utensili necessari per la produzione di un lotto di alcune centinaia di pezzi.

Soluzione

### a - Potenza e velocità di rotazione degli alberi

Rapporto di trasmissione ingranaggio 1-2:

$$i_1 = \frac{z_2}{z_1} = \frac{70}{16} = 4,4$$

Rapporto di trasmissione ingranaggio 3-4:

$$i_2 = \frac{z_4}{z_3} = \frac{61}{16} = 3,8$$

Per i rendimenti si assumono i valori (stimati):

- trasmissione a catena:  $\eta_1 = 0,97$ ;
- primo ingranaggio:  $\eta_2 = 0,98$  (compreso supporti);
- secondo ingranaggio:  $\eta_3 = 0,98$  (compreso supporti).

### Caratteristiche albero (I)

$$P_1 = P \cdot \eta_1 = 30 \cdot 0,97 = 29,1 \text{ kW}$$

$$n_1 = 250 \text{ giri/min}$$

### Caratteristiche albero (II)

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_2 = 29,1 \cdot 0,98 = 28,5 \text{ kW}$$

$$n_2 = \frac{n_1}{i_1} = \frac{250}{4,4} = 57 \text{ giri/min}$$

### Caratteristiche albero (III)

$$P_3 = P_2 \cdot \eta_3 = 28,5 \cdot 0,98 = 28 \text{ kW}$$

$$n_3 = \frac{n_2}{i_2} = \frac{57}{3,8} = 15 \text{ giri/min}$$

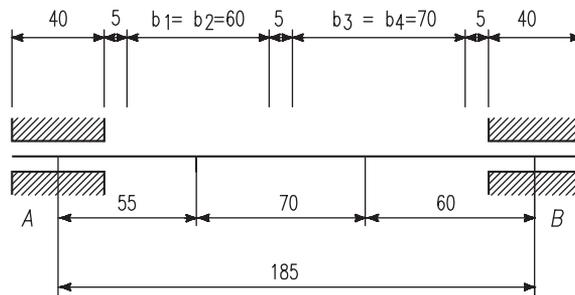
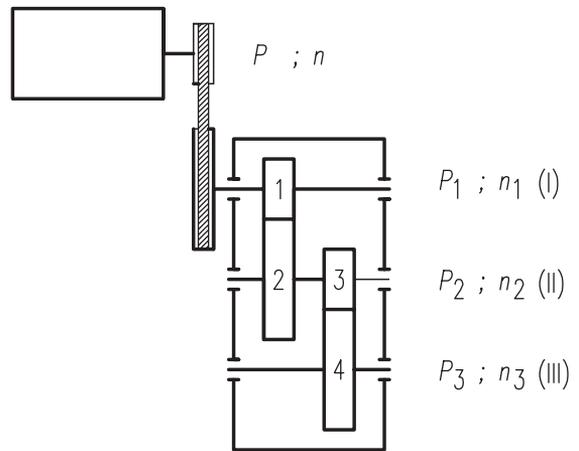
### b - Dimensioni delle ruote dentate

	RUOTA 1	RUOTA 2	RUOTA 3	RUOTA 4
$m =$	5 mm	5 mm	6,5 mm	6,5 mm
$z =$	16	70	16	61
$d =$	80 mm	350 mm	104 mm	396,5 mm
$h_a =$	5 mm	5 mm	6,5 mm	6,5 mm
$h_f =$	6,25 mm	6,25 mm	8,125 mm	8,125 mm
$d_a =$	90 mm	360 mm	117 mm	409,5 mm
$d_f =$	67,5 mm	337,5 mm	87,75 mm	380,25 mm
$b =$	60 mm	60 mm	70 mm	70 mm

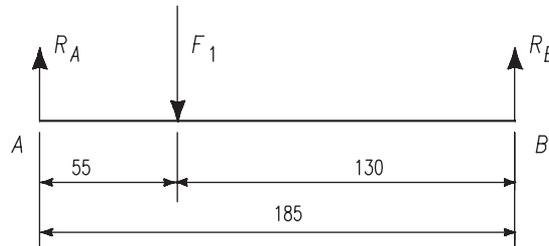
### c - Dimensionamento degli alberi

Gli alberi sono sollecitati a flessione-torsione. Per calcolare i valori dei momenti flettenti occorre conoscere le dimensioni assiali. Supponendo che i sostegni degli alberi siano cuscinetti a rulli con ingombro assiale massimo di 40 mm e tenendo conto della larghezza  $b$  delle ruote, si fissano per i tre alberi le dimensioni riportate nello schema che segue.

Le quote superiori si riferiscono alle larghezze dei cuscinetti e delle ruote, le inferiori sono i rispettivi interassi.



#### Albero (I)



#### Sollecitazioni sull'albero

$$M_{t1} = \frac{P_1}{\omega_1}$$

$$\omega_1 = \pi \cdot \frac{n_1}{30} = \pi \cdot \frac{250}{30} = 26,18 \text{ rad/s}$$

$$M_{t1} = \frac{29\,000}{26,18} = 1\,108 \text{ Nm} = 1\,108\,000 \text{ Nmm}$$

$$F_{t1} = \frac{M_{t1}}{\frac{d_1}{2}} = \frac{1\,108\,000}{\frac{80}{2}} = 27\,700 \text{ N}$$

$$F_1 = \frac{F_{t1}}{\cos \theta} = \frac{27\,700}{\cos 20^\circ} = 29\,478 \text{ N}$$

#### Reazioni e momenti flettenti

$$\Sigma M_B : F_1 \cdot 130 - R_A \cdot 185 = 0$$

$$R_A = \frac{3\,832\,140}{185} = 20\,714 \text{ N}$$

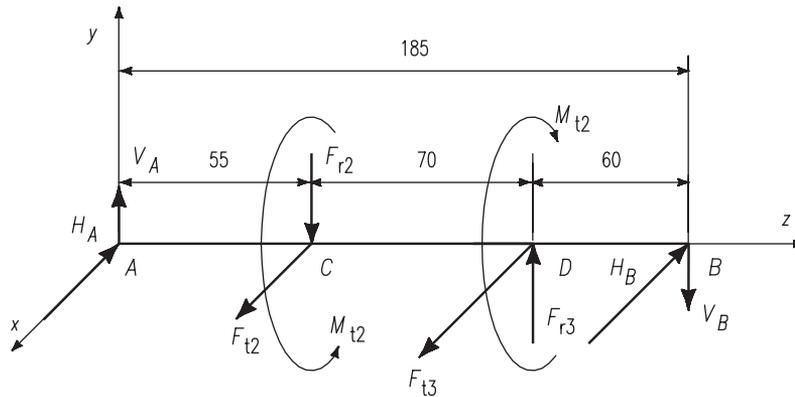
$$\Sigma F : R_A - F_1 + R_B = 0$$

$$R_B = F_1 - R_A = 29\,478 - 20\,714 = 8\,764 \text{ N}$$

$$M_{f1\max} = R_A \cdot 55 = 20\,714 \cdot 55 = 1\,139\,270 \text{ Nmm}$$

$$M_{fd1} = \sqrt{M_{f1\max}^2 + 0,75 M_{t1}^2} = 1\,489\,525 \text{ Nmm}$$

## Albero (II)



### Sollecitazioni sull'albero

$$M_{t2} = \frac{P_2}{\omega_2}$$

$$\omega_2 = \pi \cdot \frac{n_2}{30} = \pi \cdot \frac{57}{30} = 5,97 \text{ rad/s}$$

$$M_{t2} = \frac{28\,500}{5,97} = 4\,774 \text{ Nm} = 4\,774\,000 \text{ Nmm}$$

$$F_{t2} = \frac{M_{t2}}{\frac{d_2}{2}} = \frac{4\,774\,000}{\frac{350}{2}} = 27\,280 \text{ N}$$

$$F_{r2} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \theta = 27\,280 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 9\,929 \text{ N}$$

$$F_{t3} = \frac{M_{t2}}{\frac{d_3}{2}} = \frac{4\,774\,000}{\frac{104}{2}} = 91\,808 \text{ N}$$

$$F_{r3} = F_{t3} \cdot \operatorname{tg} \theta = 91\,808 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 33\,415 \text{ N}$$

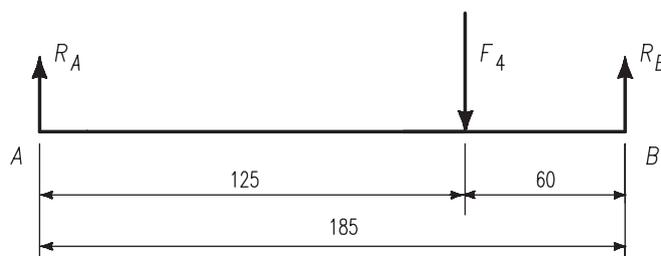
### Reazioni e momenti flettenti nel piano xz

$$\Sigma M_{yB} : H_A \cdot 185 = 27\,280 \cdot 130 + 91\,808 \cdot 60$$

$$H_A = 48\,945 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x : H_B = F_{t2} + F_{t3} - H_A = 70\,143 \text{ N}$$

### Albero (III)



$$M_{fyC} = H_A \cdot 55 = 48\,945 \cdot 55 = 2\,691\,975 \text{ Nmm}$$

$$M_{fyD} = H_B \cdot 60 = 70\,143 \cdot 60 = 4\,208\,580 \text{ Nmm}$$

### Reazioni e momenti flettenti nel piano yz

$$\Sigma M_{xB} : V_A \cdot 185 = F_{r2} \cdot 130 - F_{r3} \cdot 60$$

$$V_A = 17\,814 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y : V_B = V_A - F_{r2} + F_{r3} = 41\,300 \text{ N}$$

$$M_{fxC} = V_A \cdot 55 = 979\,770 \text{ Nmm}$$

$$M_{fxD} = V_B \cdot 60 = 2\,478\,000 \text{ Nmm}$$

La sezione più pericolosa risulta la sezione D sollecitata a flessione-torsione dai momenti:

$$M_{t2} = 4\,774\,000 \text{ Nmm}$$

$$M_{f2\max} = \sqrt{M_{fyD}^2 + M_{fxD}^2} = 4\,883\,915 \text{ Nmm}$$

$$M_{fid2} = \sqrt{M_{f2\max}^2 + 0,75 M_t^2} = 6\,398\,900 \text{ Nmm}$$

$$M_{t3} = \frac{P_3}{\omega_3}$$

$$\omega_3 = \pi \cdot \frac{n_3}{30} = \pi \cdot \frac{15}{30} = 1,571 \text{ rad/s}$$

$$M_{t3} = \frac{28\,000}{1,571} = 17\,825 \text{ Nm} = 17\,825\,000 \text{ Nmm}$$

$$F_{t4} = \frac{M_{t3}}{\frac{d_4}{2}} = \frac{17\,825\,000}{\frac{396,5}{2}} = 89\,912 \text{ N}$$

$$F_4 = \frac{F_{t4}}{\cos \theta} = \frac{89\,912}{\cos 20^\circ} = 95\,682 \text{ N}$$

$$\Sigma M_B : F_A \cdot 60 - R_A \cdot 185 = 0$$

$$R_A = \frac{5\,740\,920}{185} = 31\,032 \text{ N}$$

$$\Sigma F : R_B = F_4 - R_A = 64\,650 \text{ N}$$

$$M_{f3\max} = R_B \cdot 60 = 3\,879\,000 \text{ Nmm}$$

$$M_{fid3} = \sqrt{M_{f3\max}^2 + 0,75 M_{t3}^2} = 15\,916\,800 \text{ Nmm}$$

### Scelta del materiale

Per gli alberi si deve adottare un acciaio con carico di rottura elevato per ottenere dei diametri degli alberi compatibili con i diametri primitivi delle ruote che vi sono calettate ( $d_A \approx \frac{d}{2}$ ).

Si sceglie l'acciaio da bonifica 30 Ni Cr Mo 12 UNI 7874, che per dimensioni da 40 fino a 100 mm ha un carico di rottura  $R = 1\,130 \text{ N/mm}^2$ .

Con il grado di sicurezza richiesto ( $n = 7$ ) la tensione ammissibile risulta:

$$\sigma_{adm} = \frac{R}{n} = \frac{1\,130}{7} \approx 160 \text{ N/mm}^2$$

Si ottengono pertanto i seguenti diametri:

$$W_1 = \frac{M_{fid1}}{\sigma_{adm}} = \frac{1\,489\,525}{160} = 9\,309 \text{ mm}^3$$

$$d_{A1} = \sqrt[3]{\frac{32 W_1}{\pi}} + t_1 = 46 + 5,5 = 51,5 \text{ mm}$$

$$W_2 = \frac{M_{fid2}}{\sigma_{adm}} = \frac{6\,398\,900}{160} = 39\,993 \text{ mm}^3$$

$$d_{A2} = \sqrt[3]{\frac{32 W_2}{\pi}} + t_1 = 74 + 7,5 = 81,5 \text{ mm}$$

$$W_3 = \frac{M_{fid3}}{\sigma_{adm}} = \frac{15\,916\,800}{160} = 99\,480 \text{ mm}^3$$

$$d_{A3} = \sqrt[3]{\frac{32 W_3}{\pi}} + t_1 = 100 + 10 = 110 \text{ mm}$$

### d - Disegno del complessivo

Ogni soluzione grafica comporta l'utilizzo di regole del disegno tra le quali ogni candidato sceglie quelle che ritiene opportuno adottare. Pertanto non si propone una soluzione, perché avrebbe un carattere troppo personale.

### e - Ciclo di lavorazione

Anche per il ciclo di lavorazione le scelte dei criteri per la lavorazione possono essere varie, per cui ogni proposta di soluzione sarebbe solo un esercizio personale.